Optique – Chapitre 4

Superposition de N ondes lumineuses – TD

Exercice 1 : Formule des réseaux par réflexion

Un réseau par réflexion est constitué d'une succession de motifs réfléchissants la lumière qui sont régulièrement espacés.

On considère un réseau par réflexion de pas a éclairé dans l'air sous un angle d'incidence θ_0 par une source lumineuse monochromatique S située à l'infini. Les interférences sont observées sur un écran situé également à l'infini du coté de la source lumineuse.

1. Exprimer la différence de marche δ entre deux rayons lumineux réfléchis par des motifs successifs S_i et S_{i+1} en fonction de la direction θ de la réflexion sur le réseau.

2. Montrer que la formule des réseaux par réflexion peut alors s'exprimer :

$$\sin\theta_p + \sin\theta_0 = \frac{p\,\lambda_0}{a}$$

avec $p \in \mathbb{Z}$.

Exercice 2 : Minimum de déviation d'un réseau

On considère un réseau par transmission de pas a qui est éclairé dans l'air sous un angle d'incidence θ_0 par un faisceau lumineux monochromatique de longueur d'onde λ_0, et on note θ_p l'angle du faisceau d'ordre p en sortie du réseau.

En faisant varier l'angle d'incidence θ_0, on constate expérimentalement que la déviation $\Delta_p = \theta_p - \theta_0$ du faisceau d'ordre p présente deux minimums.

1. Montrer que ces minimums de déviation sont obtenus pour les angles d'incidence $\theta_{0,\min} = \pm\theta_p$.

2. En déduire que le minimum de déviation non-nul s'exprime :

$$\Delta_{p,\min} = 2\arcsin\left(\frac{p\,\lambda_0}{2\,a}\right).$$

On place un réseau de $n_0 = 1000$ traits par millimètre sur un goniomètre, que l'on éclaire par une lampe spectrale au sodium qui émet :

- une première raie jaune à la longueur d'onde $\lambda_0 = 589{,}0\,\text{nm}$;
- une seconde raie jaune à la longueur d'onde $\lambda_0' = 589{,}6\,\text{nm}$.

3. Déterminer le minimum de déviation $\Delta_{1,\min}$ pour l'ordre $p = 1$ correspondant à la première raie jaune.

4. Déterminer le minimum de déviation $\Delta'_{1,\min}$ pour l'ordre $p = 1$ correspondant à la seconde raie jaune.

5. Est-il possible de distinguer ces deux raies si la précision du goniomètre est d'une minute d'arc ?

Exercice 3 : Mesure des angles d'émergence pour un réseau de diffraction

Un réseau par transmission de pas a constitué de N fentes fines parallèles est éclairé dans l'air sous un angle d'incidence θ_0 par une source monochromatique de longueur d'onde $\lambda_0 = 633\,\text{nm}$ située à l'infini.

À l'aide d'un goniomètre, on réalise les mesures des angles d'émergence θ_p en sortie du réseau pour différents ordres d'interférences p :

Ordre d'interférences p	$+2$	$+1$	-1	-2
Angle d'émergence θ_p	63,10°	35,12°	−3,31°	−21,97°

1. Rappeler la formule des réseaux reliant l'angle d'émergence θ_p à l'ordre d'interférences p.

2. À partir des mesures, déterminer l'angle d'incidence θ_0.

3. En déduire le pas a du réseau.

Le réseau est maintenant éclairé sous un angle d'incidence θ_0' par une source monochromatique de longueur d'onde λ_0'. On mesure deux angles d'émergence successifs en sortie du réseau : $\theta_k' = 42{,}44°$ et $\theta_{k+1}' = 61{,}98°$, avec k un ordre d'interférences inconnu.

4. Déterminer la longueur d'onde λ_0' de cette source.

Exercice 4 : Capacité de stockage d'un CD

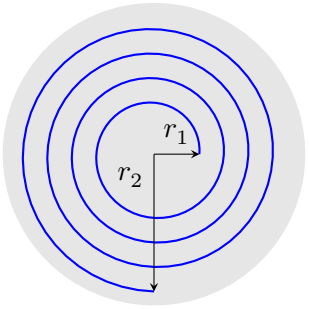
Un CD est un disque en polycarbonate sur lequel est gravé une piste en forme de spirale d'Archimède, dont l'équation en coordonnées polaires est :

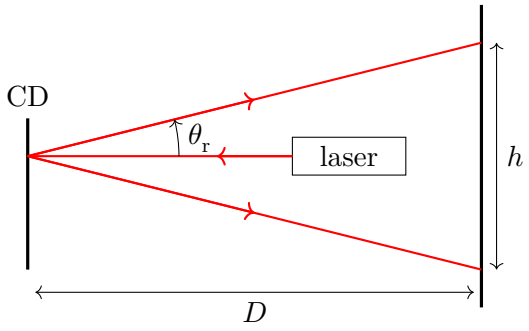
$$r(\theta) = r_1 + \frac{a}{2\,\pi}\,\theta$$

avec $r_1 < r < r_2$, où $r_1 = 22\,\text{mm}$ et $r_2 = 58\,\text{mm}$.

Lorsqu'un CD est éclairé par un laser en incidence normale, il se comporte comme un réseau par réflexion de pas a, et on peut montrer que les directions θ_r correspondant à des interférences constructives vérifient la formule des réseaux.

Pour un laser de longueur d'onde $\lambda_0 = 632\,\text{nm}$, les franges lumineuses correspondantes aux ordres $p = -1$ et $p = 1$ sont espacées d'une distance $h = 68\,\text{cm}$ sur un écran placé à une distance $D = 80\,\text{cm}$ dans l'air.





1. Déterminer le pas a du réseau.

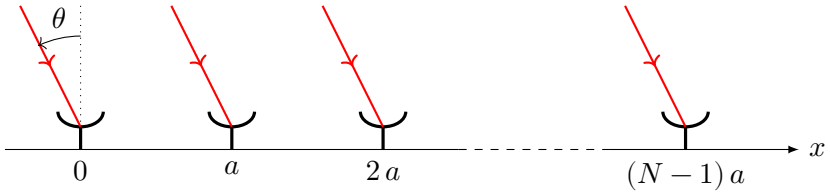
2. Déterminer la longueur L de la spirale d'un CD par une intégration.

3. En supposant que la distance entre deux bits d'information le long de la piste est de l'ordre de la moitié de a, déterminer le nombre de bits d'information contenus sur un CD, puis en déduire sa capacité en mégaoctets (Mo).

Exercice 5 : Radiotélescope VLA

Le *Very Large Array* (VLA) est un radiotélescope situé dans le Nouveau-Mexique, aux États-Unis. Il est formé de 27 antennes paraboliques, chacune d'un diamètre de 25 m, qui se déplacent sur une voie de chemin de fer de 52 km. Les signaux reçus par chaque antenne sont transmis à un site central, où ils sont ensuite combinés afin de former une image haute résolution.

On modélise le VLA par un réseau unidimensionnel de N capteurs ponctuels, régulièrement espacés d'une distance a sur un axe horizontal (Ox), comme représenté ci-dessous. On suppose qu'une onde plane progressive de fréquence $f = 30\,\text{GHz}$ arrive sur le radiotélescope avec un angle θ par rapport à la verticale.



1. Calculer la longueur d'onde λ_0 de cette onde dans le vide, ainsi que la distance a entre deux capteurs.

On prend comme référence des phases le signal reçu par la première antenne située en $x = 0$, et on l'exprime en représentation complexe :

$$\underline{s}_1(t) = A\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\,\omega\,t}$$

avec A une constante.

2. Exprimer, en fonction de λ_0, a et θ, le déphasage Φ du signal reçu en $x = a$ par rapport à celui reçu en $x = 0$.

3. Pour quels angles θ les N signaux reçus interfèrent-ils constructivement ?

4. Exprimer les signaux $\underline{s}_2(t)$ à $\underline{s}_N(t)$ reçus par les antennes en fonction de $\underline{s}_1(t)$ et Φ, puis en déduire l'expression du signal somme $\underline{s}_{\text{tot}}(t)$ sous la forme d'une somme géométrique.

5. Montrer que l'intensité lumineuse correspondante peut s'exprimer :

$$I_{\text{tot}} = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{N\,\Phi}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\Phi}{2}\right)}$$

avec I_0 une constante à exprimer en fonction A.

On définit la précision angulaire du radiotélescope comme le premier angle θ_0 à partir duquel l'intensité lumineuse I_{tot} s'annule.

6. Déterminer la précision angulaire du radiotélescope pour cette onde.